

對數換底公式的創意直觀證法

◎宜蘭高中 李維昌

若 $a > 0, b > 0, c > 0$ ，而且 $a \neq 1, b \neq 1$ ，那麼

$$\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

傳統證法：(高中課本三民版，作者:楊維哲，蔡聰明，吳隆盛。)(民國 89 年 2 月)

若 $\log_a b = x, \log_b c = y$ ，

意思是 $b = a^x, c = b^y$ ，

於是 $c = b^y = (a^x)^y = a^{xy}$ ，

因此 $\log_a c = xy$ ，

因而 $\frac{\log_a c}{\log_a b} = \frac{xy}{x} = y = \log_b c$ 。

創意直觀證法：(作者:李維昌。)(民國 97 年 2 月)

$$\log_b c = \log_b (a^{\log_a b})^{\frac{\log_a c}{\log_a b}} = \frac{\log_a c}{\log_a b}。$$